



## SUMÁRIO

SUMÁRIO .....	2
MATRIZES .....	3
1 O QUE É UMA MATRIZ?.....	3
1.1 Exemplos 1 de Matriz.....	4
1.2 Representação de uma Matriz .....	4
1.3 Exemplo de Cálculo com Matrizes .....	5
1.4 Adição de Matrizes .....	5
1.5 Multiplicação de Matrizes .....	5
1.6 Determinantes de uma Matriz .....	6
1.6.1 Determinantes de 1ª Ordem: .....	6
1.6.2 Determinantes de 2ª Ordem: .....	7
REFERÊNCIAS .....	7

## MATRIZES

*O conceito de matriz desenvolvido pelos matemáticos ingleses Cayley e Sylvester ocorreu na metade do século XIX, considerando um dos períodos mais revolucionários em termos de avanços matemáticos.*  
(SILVA, 2009. P 75)

### 1 O QUE É UMA MATRIZ?

Matriz é uma tabela de números formada por **m** linhas e **n** colunas. Assim dizemos que a matriz tem ordem **m x n** (m por n), sendo  $m \geq 1$  e  $n \geq 1$ .

A teoria de matrizes vem sendo aplicada cada vez mais em diversas áreas, isto devido ao uso constante do computador. Para entender o que representa uma matriz, vamos analisar o problema.

A tabela abaixo representa as notas de três alunos em uma etapa:

	Matemática	Fundamentos	Lógica	Inglês
Pedro	8	7	9	8
Cássia	6	6	7	6
José	4	8	5	9

Se quisermos saber a nota da aluna Cássia em Lógica, basta procurar o número que fica na segunda linha e na terceira coluna da tabela (isso considerando apenas a parte clara como tabela).

Vamos agora considerar uma tabela de números dispostos em linhas e colunas, como no exemplo acima, mas colocados entre parênteses ou colchetes:

$$\begin{matrix} \text{linha} & \rightarrow & \left( \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{array} \right) & \text{ou} & \left[ \begin{array}{cccc} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{array} \right] \\ & & & & \uparrow \\ & & & & \text{coluna} \end{matrix}$$

**Figura 1 - Representando em Forma de Matriz**  
<http://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes.php>

Em tabelas assim dispostas, os números são os elementos. As linhas são enumeradas de cima para baixo e as colunas, da esquerda para direita:

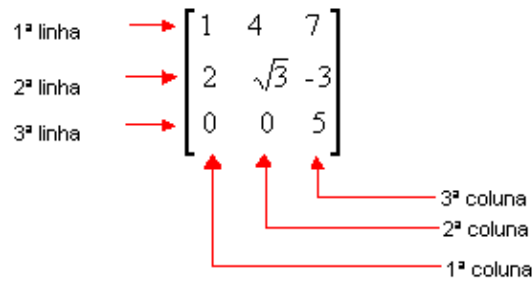


Figura 2 - Identificando linhas em uma matriz  
<http://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes.php>

Tabelas com **m** linhas e **n** colunas (m e n números naturais diferentes de 0) são denominadas matrizes **m x n**. Na tabela anterior temos, portanto, uma matriz 3 x 3.

### 1.1 Exemplos 1 de Matriz

a)  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow$  é uma matriz do tipo 2 x 2

b)  $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 4 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow$  é uma matriz do tipo 3 x 2

### 1.2 Representação de uma Matriz

Representamos matrizes por letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas, assim como representamos conjunto. Os elementos são acompanhados por dois índices que indicam o número da linha e o número da coluna que o mesmo ocupa.

Assim, uma matriz **A** do tipo **m x n** é representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Figura 3 - Representação de Matriz  
<http://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes.php>

Portanto, **A = [a<sub>ij</sub>]<sub>m x n</sub>**, significa que a matriz “A” contém elementos “a” distribuídos nas respectivas (número) linhas e (número) colunas, (m x n), representadas por i e j. Por exemplo, na matriz anterior, a<sub>23</sub> é o elemento da 2ª linha e da 3ª coluna.

### 1.3 Exemplo de Cálculo com Matrizes

Construa a matriz  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ , tal que  $a_{ij} = (i + j)^2$

Observamos que a matriz  $A$  é do tipo  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$

Sendo a lei de formação  $a_{ij} = (i + j)^2$ , temos:

$$a_{11} = (1+1)^2 = 4$$

$$a_{21} = (2+1)^2 = 9$$

$$a_{12} = (1+2)^2 = 9$$

$$a_{22} = (2+2)^2 = 16$$

$$a_{13} = (1+3)^2 = 16$$

$$a_{23} = (2+3)^2 = 25$$

Logo:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \end{bmatrix}$$

### 1.4 Adição de Matrizes

A soma de duas matrizes  $A$  e  $B$  de mesma ordem é a matriz obtida com a adição dos elementos de mesma posição das matrizes  $A$  e  $B$ .

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} (1+5) & (2+7) \\ (3+8) & (-4+4) \end{bmatrix} \rightarrow C = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 11 & 0 \end{bmatrix}$$

### 1.5 Multiplicação de Matrizes

A multiplicação entre matrizes é uma técnica pouco mais complexa, na qual exige atenção na montagem do cálculo.

Observe as matrizes abaixo:

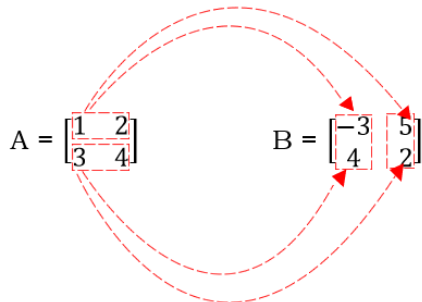
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\text{O produto de } A \cdot B \text{ será } C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

Para encontrar a matriz resultante da multiplicação de  $A$  por  $B$ , multiplicamos o primeiro elemento da linha 1 de  $A$  pelo primeiro elemento da coluna 2 de  $B$ , o segundo

elemento da linha 1 de A pelo segundo elemento da coluna 2 de B e somamos esses produtos.

Portanto:



$$C_{11} = [1 \cdot (-3)] + (2 \cdot 4) = -3 + 8 = \mathbf{5}$$

$$C_{12} = (1 \cdot 5) + (2 \cdot 2) = 5 + 4 = \mathbf{9}$$

$$C_{13} = [3 \cdot (-3)] + (4 \cdot 4) = -9 + 16 = \mathbf{7}$$

$$C_{14} = (3 \cdot 5) + (4 \cdot 2) = 15 + 8 = \mathbf{23}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 7 & 23 \end{bmatrix}$$

Esse produto foi possível porque o número de colunas da matriz A é igual ao número de linhas da matriz B.

Então podemos afirmar que o produto entre duas matrizes A e B é definido se, e somente se, o número de colunas da matriz A for igual ao número de linhas da matriz B.

### 1.6 Determinantes de uma Matriz

Toda a matriz que possui o mesmo número de linhas e colunas, do tipo  $n \times n$ , é chamada de matriz quadrada. E toda matriz quadrada está associada a um número na qual chamamos de determinante.

Os determinantes auxiliam em resolução de alguns sistemas de equações lineares e cálculos da área de triângulos situados no plano cartesiano, conhecidas como coordenadas dos seus vértices.

#### 1.6.1 Determinantes de 1ª Ordem:

O determinante de 1ª ordem é o número real igual ao valor do elemento  $a_{11}$ .

**Exemplo 1:**

$A=[3]_{1 \times 1} \rightarrow$  determinante é  $|3|$  ou 3

**Exemplo 2:**

$B=[-5]_{1 \times 1} \rightarrow$  determinante é  $|-5|$  ou -5

**1.6.2 Determinantes de 2ª Ordem:**

O determinante de 2ª ordem é o número obtido através do produto dos elementos da diagonal principal menos o produto dos elementos da diagonal secundária.

Ou seja:

$$\det A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 10 - 12 = -2$$

**det A = -2**

**REFERÊNCIAS**

SILVA, Claudio Xavier da, Beningo Barreto Filho. **Matemática aula por aula**. São Paulo: FTD, 2009.

**Só Matemática**, 2014. Disponível em <http://www.somatematica.com.br/emedio/matrizes/matrizes.php>